46. 複素完閉 Lie 群に就いて

名大　後藤守邦

最近の Annals で Bochner は群の上の Analysis の理論の中で次の定理を証明してみるさうである。

定理　複素パラメーターを有つ連結 Lie 群が完閉ならば可換である.

実は別に何も使はなくても直ちに分る樣に思はれるので以下其の証明を述べる.

補題　複素パラメーターを持つ. 行列の連結 Lie 群 g が完閉ならば　$g=$ 單位元のみの群

証　$g \ni A$　Aから極限をとる操作をも許して生成される群 $\{A^n\}$ は完閉可換群　依て　1 次元の絶対値 1 の表現に完全に分解する. 依て Aは 対角線に

$$e^{i\alpha},\ e^{i\beta},\ \cdots\cdots,\ e^{i\gamma}\quad (\alpha,\beta,\cdots\gamma \text{ は実数})$$

が並ぶ行列に equivalent である.

gの任意の元がさうだから gの infinitesimal ring $\mathfrak{L}$ (＝所謂 $\log g$) に屬する行列 L の固有値は凡て 0 又は純虚数で 又 L は対角線形の標準形を有つ。L と共に iL が $\mathfrak{L}$ に屬するから かゝる事は L＝0 以外あり得ない.

依て　$\mathfrak{L}=0$　　　　　　　　　以上

定理の証明

完閉連結稠素 *Lie* 群 $\mathfrak{R}$ の内部自己同型対応の群を $\mathfrak{A}$ とする。$\mathfrak{A}$ は $\mathfrak{R}$ の *infinitesimal ring* の上の一次変換の連結完閉群と考へられる。従って $\mathfrak{A}$ は補題の假定を充す。依て $\mathfrak{A}$ ＝單位群。之は $\mathfrak{R}$ が可換な事に他ならない。　以上。

1947. 5. 2.